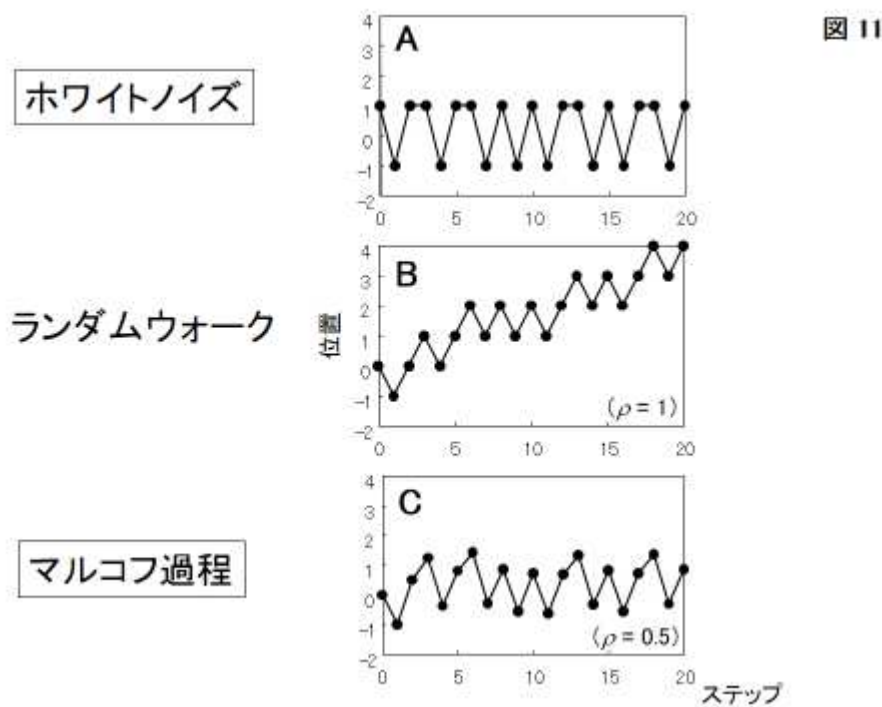


2-3 ホワイトノイズとマルコフ過程

確率論的性質が明らかなランダム過程としてホワイトノイズとマルコフ過程がある [4]。図 11A に示した折れ線グラフは、1 ステップ進むごとに+1 か-1 だけにランダムに振れる歩き方の一例を示している。これは、ホワイトノイズと知られている確率過程の軌跡である。図 11B はランダムウォークとして知られている確率過程の軌跡である。ホワイトノイズと異なる点は、1 ステップ進む時は、必ず現在の位置から出発することである。ランダムウォークを一般化したマルコフ過程を図 11C に示した。1 ステップ進むときに現在の位置にある定数(ρ)を掛けた位置から出発することが、B のランダムウォークと異なる点である。定数 ρ は、現在の位置をどのくらい保持するかを表わす [5]。図 11B と図 11C は定数 ρ の値だけが異なる(B は $\rho = 1$ 、C は $\rho = 0.5$)。図 11C は、1 ステップ目の位置は-1 であるので、2 ステップ目は、 -1×0.5 の位置から始まる。



以上の例は、+1 か-1 か等確率で出現する確率分布に基づいている。正規乱数を利用して作成したホワイトノイズとマルコフ過程をそれぞれ図 12A および図 12C に示した。ホワイトノイズでは、全体として正規分布に従っており、各ポイントの値は前のポイントの値と独立である。ところが、マルコフ過程では、あるポイントの値はその前のポイントに依存している。つまり、ある点の値が正の大きな値であれば、次の値も正の大きな値である確率が高い。このため、マルコフ過程では急激な値の変動が少なく全体が緩やかな変化を示す。図 12 のように 2 つの過程をプロットすると、マルコフ過程の方がなめらかでノイズが少ないように見える。しかし、実際には、ホワイトノイズはランダムに出現するために、足し合わせると正負が相殺されるので、その和はあまり大きな値にはならない。一方、マルコフ過程のような緩やかな変動では、正の値(あるいは負の値)が続くことが多く、和をとると正負いずれも大きな値が現れるので、和の変動範囲はホワイトノイズよりも大きくなる。また、このような緩やかな変動は、移動平均・指数平滑のようなスムージングによって除去することも困難である。

ホワイトノイズは全ての周波数成分が同じ大きさであり、そのパワースペクトルは水平になる(図 12B)。マルコフ過程は低周波側の強度が大きく、全体として右下がりの傾向を示す(図 12D)。実際の HPLC ベースラインをフーリエ変換してみると、全体として右下がりの傾向があるが、高周波部分では水平となる。そこで FUMI 理論による HPLC の精度推定では、ベースラインはホワイトノイズとマルコフ過程の和であると仮定した。

一例として図 12E の電気化学検出 HPLC のベースラインのベースラインをフーリエ変換したところ、そのパワースペクトルは上述した特徴を示した(図 12F、ジグザグ線)。

右下がりのパワースペクトルを確率過程で表わす 図 12

